**Контрольная работа**

**Исследование колебательного движения материальной точки**

**Общее указание.** В контрольной работе рассматриваются колебания груза *D* или системы грузов *D* и *Е.* Во всех вариантах, представленных ниже, считать, что сила сопротивления движению *R* измеряется в Н, скорость движения v – в м/с, величина – в см.

Вариант контрольной работы выбирается по последним двум цифрам зачетки.

**Указание к вариантам 1-5.** Найти уравнение движения груза *D* массой *тD* (варианты 2 и 4) или системы грузов *D* и *Е* массами *тD* и *тE* (варианты 1, 3, 5), отнеся их движение к оси . Начало отсчета совместить с положением покоя груза *D* или соответственно системы грузов *D* и *Е* (при статической деформации пружин). Стержень, соединяющий грузы, считать невесомым и недеформируемым.

**Указание к вариантам 6-10.** Найти уравнение движения груза *D* массой *т* по гладкой наклонной плоскости, составляющей с го­ризонтом угол , с момента соприкасания груза с пружиной или с системой пружин, предполагая, что при дальнейшем движении груз от пружин не отделяется. Движение груза отнести к оси , приняв за начало отсчета положение покоя груза (при статической деформации пружин).

**Указание к вариантам 11-15.** Груз *D* массой *т* укреплен на конце невесомого стержня, который может вращаться в горизон­тальной плоскости вокруг оси *Е.* Груз соединен с пружиной или с системой пружин; положение покоя стержня, показанное на чертеже, соответствует недеформированным пружинам. Считая, что груз D, принимаемый за материальную точку, движется по прямой, опреде­лить уравнение движения этого груза (трением скольжения груза по плоскости пренебречь). Движение отнести к оси *х,* за начало отсчета принять точку, соответствующую положению покоя груза.

**Указание к вариантам 16-20.** Найти уравнение движения груза *D* массой *тD* (варианты 17 и 19) или системы грузов *D* и *Е* массами *тD и тE* (варианты 16, 18, 20), отнеся движение к оси х: начало отсчета совместить с положением покоя груза *D* или соответственно системы грузов *D* и *Е* (при статической деформации пружин). Предполагается, что грузы *D и Е* при совместном движении не отделяются.

**Указание к вариантам 21-25.** Найти уравнение движения груза *D* массой *тD* по гладкой наклонной плоскости, составляющей с гори­зонтом угол , отнеся движение к оси . За начало отсчета принять положение покоя груза (при статической деформации пружин).

**Указание к вариантам 26-30.** Пренебрегая массой плиты и считая ее абсолютно жесткой, найти уравнение движения груза *D* массой *т* с момента соприкасания его с плитой, предполагая, что при даль­нейшем движении груз от плиты не отделяется.

Движение груза отнести к оси , приняв за начало отсчета поло­жение покоя этого груза (при статической деформации пружин).

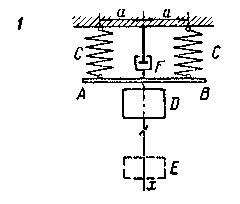
**Вариант 1**

Груз D (mD = 2 кг) прикреплен к бруску AB, подвешенному к двум одинаковым параллельным пружинам, коэффициент жесткости каждой из которых с = 3 H/см. Точка прикрепления груза D находится на равных расстояниях от осей пружин.

В некоторый момент времени к грузу D подвешивают груз Е (mЕ = 1 кг). Сопротивление движению системы двух грузов пропорционально скорости: R = 12v (Н), где v – скорость (м/с).

Массой абсолютно жесткого бруска AB и массой части демпфера, прикрепленной к бруску, пренебречь.

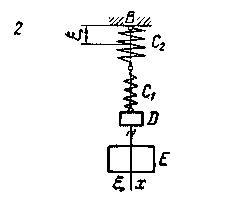
Найти уравнение движения системы грузов D и Е, отнеся их движение к оси ; начало отсчета совместить с положением покоя груза системы грузов D и Е (при статической деформации пружин). Стержень, соединяющий грузы, считать невесомым и недеформируемым.



**Вариант 2**

В момент, когда стержень, соединяющий грузы D (mD = 1 кг) и Е (mE = 2 кг), перерезают, точка В (верхний конец последовательно соединенных пружин) начинает совершать движение по закону ξ = 1,5sin18t (см) (ось ξ направлена вертикально вниз). Коэффициенты жесткости пружин с1 = 12 Н/см, с2 = 36 Н/см.

Найти уравнение движения груза D, отнеся их движение к оси х; начало отсчета совместить с положением покоя груза D (при статической деформации пружин). Стержень, соединяющий грузы, считать невесомым и недеформируемым.

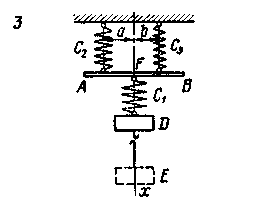


**Вариант 3**

Груз D (mD = 0,8 кг) висит на пружине, прикрепленной к точке F бруска АВ и имеющей коэффициент жесткости c1 = 10 Н/см. Брусок подвешен к двум параллельным пружинам, коэффициенты жесткости которых с2 = 4 Н/см, с3 = 6 Н/см; точка F находится на расстояниях a и b от осей этих пружин: а/b = с3/с2.

В некоторый момент времени к грузу D подвешивают груз Е (mE = 1,2 кг). В этот же момент системе грузов сообщают скорость v0 = 0,2 м/с, направленную вниз. Массой абсолютно жесткого бруска АВ пренебречь.

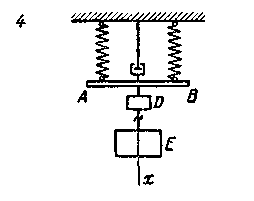
Найти уравнение движения системы грузов D и Е, отнеся их движение к оси ; начало отсчета совместить с положением покоя груза системы грузов D и Е (при статической деформации пружин). Стержень, соединяющий грузы, считать невесомым и недеформируемым.



**Вариант 4**

Статическая деформация двух одинаковых параллельных пружин под действием грузов D (mD = 0,5 кг) и Е (mE = 1,5 кг) fст = 4 см. Грузы подвешены к пружинам с помощью абсолютно жесткого бруска АВ. В некоторый момент времени стержень, соединяющий грузы, перерезают. Сопротивление движению груза D пропорционально скорости: R = 6v, где v – скорость. Массой бруска и массой прикрепленной к бруску части демпфера пренебречь.

Найти уравнение движения системы грузов D и Е, отнеся их движение к оси х; начало отсчета совместить с положением покоя груза системы грузов D и Е (при статической деформации пружин). Стержень, соединяющий грузы, считать невесомым и недеформируемым.

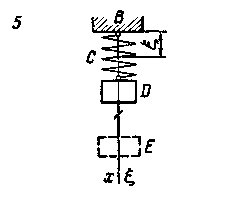


**Вариант 5**

Одновременно с подвешиванием к грузу D (mD = 1,6 кг), висящему на пружине, коэффициент жесткости которой с = 4 Н/см, груза Е (mE = 2,4 кг) точка В (верхний конец пружины) начинает совершать движение по закону ξ = 2sin5t (ось ξ направлена вертикально вниз).

Найти уравнение движения груза D, отнеся их движение к оси х; начало отсчета совместить с положением покоя груза D (при статической деформации пружин). Стержень, соединяющий грузы, считать невесомым и недеформируемым.

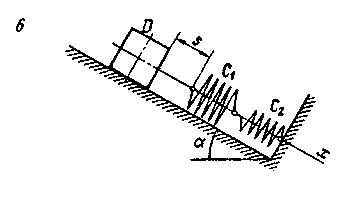
Примечание. Положение начала отсчета на оси соответствует среднему положению точки В (ξ = 0).



**Вариант 6**

Пройдя без начальной скорости по наклонной плоскости (α = 30°) расстояние s = 0,1 м, груз D массой m = 4 кг ударяется о недеформированные, последовательно соединенные пружины, имеющие коэффициенты жесткости с1 = 48 Н/см и с2 = 24 Н/см.

Найти уравнение движения груза D с момента соприкасания груза с системой пружин, предполагая, что при дальнейшем движении груз от пружин не отделяется. Движение груза отнести к оси , приняв за начало отсчета положение покоя груза (при статической деформации пружин).

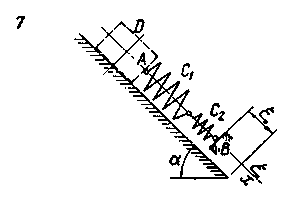


**Вариант 7**

В некоторый момент времени груз D (m = 2 кг) присоединяют без начальной скорости к концу А недеформированных последовательно соединенных пружин, имеющих коэффициенты жесткости c1 = 12 Н/см, с2 = 6 Н/см. В тот же момент времени (t = 0) другой конец пружин B начинает совершать движение вдоль наклонной плоскости (α = 45°) по закону ξ = 0,02sin20t (м) (ось ξ направлена вдоль наклонной плоскости вниз).

Найти уравнение движения груза D с момента соприкасания груза с системой пружин, предполагая, что при дальнейшем движении груз от пружин не отделяется. Движение груза отнести к оси , приняв за начало отсчета положение покоя груза (при статической деформации пружин).

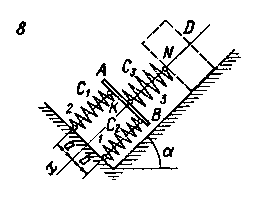
Примечание. Положение начала отсчета на оси х соответствует среднему положению точки В (ξ = 0).



**Вариант 8**

Две параллельные пружины 1 и 2, имеющие коэффициенты жесткости c1 = 4 H/см и с2 = 6 Н/см, соединены абсолютно жестким бруском АВ, к точке К которого прикреплена пружина 3 с коэффициентом жесткости с3 = 15 Н/см. Точка К находится на расстояниях a и b от осей пружин 1 и 2 так что a/b = c2/c1. Пружины 1, 2 и 3 не деформированы. Груз D массой 1,5 кг присоединяют к концу N пружины 3; в тот же момент грузу D сообщают скорость v0 = 0,5 м/с, направленную вниз параллельно наклонной плоскости (α = 45°). Массой бруска АВ пренебречь.

Найти уравнение движения груза D с момента соприкасания груза с системой пружин, предполагая, что при дальнейшем движении груз от пружин не отделяется. Движение груза отнести к оси х, приняв за начало отсчета положение покоя груза (при статической деформации пружин).

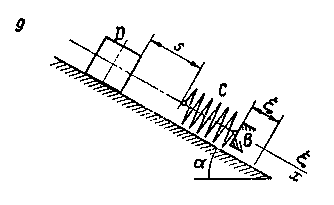


**Вариант 9**

Груз D массой m = 1,2 кг, пройдя без начальной скорости по наклонной плоскости (α = 30°) расстояние s = 0,2 м, ударяется о недеформированную пружину, коэффициент жесткости которой с = 4,8 Н/см. В этот же момент (t = 0) точка В (нижний конец пружины) начинает совершать вдоль наклонной плоскости движение по закону ξ = 0,03sin12t (м) (ось ξ направлена вдоль наклонной плоскости вниз)

Найти уравнение движения груза D с момента соприкасания груза с пружиной, предполагая, что при дальнейшем движении груз от пружины не отделяется. Движение груза отнести к оси , приняв за начало отсчета положение покоя груза (при статической деформации пружин).

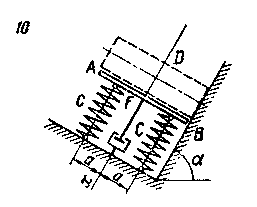
Примечание. Положение начала отсчета на оси соответствует среднему положению точки В (ξ = 0).



**Вариант 10**

Груз D массой m = 1 кг прикрепляют в середине абсолютно жесткого бруска АВ, соединяющего концы двух одинаковых параллельных пружин, не сообщая начальной скорости; пружины не деформированы. Коэффициенты жесткости пружин с = 1,5 Н/см. Сопротивление движению груза пропорционально скорости: R = 8v, где v – скорость, α = 60°. Массой бруска АВ и массой прикрепленной к бруску части демпфера пренебречь.

Найти уравнение движения груза D с момента соприкасания груза с системой пружин, предполагая, что при дальнейшем движении груз от пружин не отделяется. Движение груза отнести к оси , приняв за начало отсчета положение покоя груза (при статической деформации пружин).



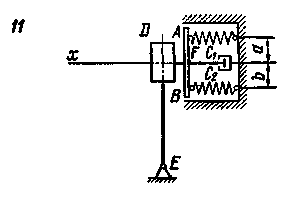
**Вариант 11**

Груз D массой m = 2,4 кг соединен с точкой F бруска АВ, связывающего концы двух параллельных пружин, коэффициенты жесткости которых c1 = 1 Н/см и с2 = 1,4 Н/см. Точка F находится на расстояниях a и b от осей пружин, причем a/b = с2/с1.

Груз D отклоняют на величину λ = 2 см влево от положения, показанного на чертеже, и отпускают без начальной скорости. Сопротивление движению груза пропорционально скорости: R = 6v, где v – скорость. Массой абсолютно жесткого бруска АВ и массой демпфера пренебречь.

Считая, что груз D, принимаемый за материальную точку, движется по прямой, определить уравнение движения этого груза (трением скольжения груза по плоскости пренебречь).

Движение отнести к оси , за начало отсчета принять точку, соответствующую положению покоя груза.



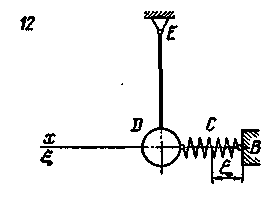
**Вариант 12**

В некоторый момент времени груз D (m = 3 кг), удерживаемый в положении, при котором пружина сжата на величину λ = 2 см, отпускают без начальной скорости. Коэффициент жесткости пружины с = 9 Н/см. Одновременно (t = 0) точка В (правый конец пружины) начинает совершать движение по закону ξ = 1,2sin8t (см) (ось ξ направлена влево).

Считая, что груз D, принимаемый за материальную точку, движется по прямой, определить уравнение движения этого груза (трением скольжения груза по плоскости пренебречь).

Движение отнести к оси , за начало отсчета принять точку, соответствующую положению покоя груза.

Примечание. Положение начала отсчета на оси х соответствует среднему положению точки В (ξ = 0).



**Вариант 13**

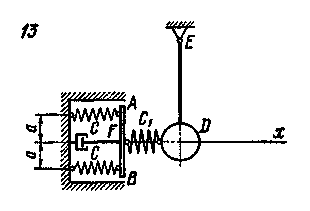
Груз D (m = 1 кг) прикреплен к концу пружины, имеющей коэффициент жесткости c1 = 12 Н/см и соединенной другим концом с точкой F бруска АВ. Брусок АВ связывает концы двух параллельных пружин, коэффициент жесткости каждой из которых с = 3 Н/см. Точка F находится на равных расстояниях от осей параллельных пружин. Грузу в положении стержня, показанном на чертеже, сообщают скорость v0 = 0,5 м/с, направленную вправо.

Сопротивление движению груза пропорционально скорости: R = 12v, где v – скорость.

Шток демпфера пропущен через отверстие в невесомом бруске АВ и соединен с грузом D.

Считая, что груз D, принимаемый за материальную точку, движется по прямой, определить уравнение движения этого груза (трением скольжения груза по плоскости пренебречь).

Движение отнести к оси , за начало отсчета принять точку, соответствующую положению покоя груза.



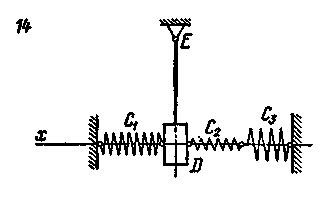
**Вариант 14**

Груз D (m = 1,5 кг) прикреплен одной стороной к концу пружины, имеющей коэффициент жесткости c1 = 4,4 Н/см, а другой стороной – к концу двух последовательно соединенных пружин, коэффициенты жесткости которых с2 = 2 Н/см, с3 = 8 Н/см.

Груз отклоняют на величину λ = 2,5 см влево от его положения, показанного на чертеже, и отпускают, одновременно сообщая грузу начальную скорость v0 = 0,4 м/с, направленную вправо.

Считая, что груз D, принимаемый за материальную точку, движется по прямой, определить уравнение движения этого груза (трением скольжения груза по плоскости пренебречь).

Движение отнести к оси , за начало отсчета принять точку, соответствующую положению покоя груза.



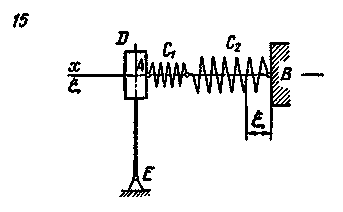
**Вариант 15**

Груз D (m = 1 кг) прикреплен к концу А последовательно соединенных пружин. Другой конец пружин B движется по закону ξ = 1,8sin12t (см) (ось ξ направлена влево). Коэффициенты жесткости пружин c1 = 4 Н/см, с2 = 12 Н/см. При t = 0 груз находится в положении покоя, соответствующем недеформированным пружинам.

Считая, что груз D, принимаемый за материальную точку, движется по прямой, определить уравнение движения этого груза (трением скольжения груза по плоскости пренебречь).

Движение отнести к оси , за начало отсчета принять точку, соответствующую положению покоя груза.

Примечание. Положение начала отсчета на оси соответствует среднему положению точки В (ξ = 0).



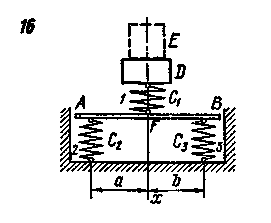
**Вариант 16**

Пружина 1, на которой покоится груз D (mD = 10 кг), опирается в точке F на брусок АВ, соединяющий концы двух параллельных пружин 2 и 3. Коэффициенты жесткости (Н/см) пружин 1, 2 и 3: c1 = 200, с2 = 160, с3 = 140.

Точка F находится на расстояниях a и b от осей пружин 2 и 3: а/b = с3/с2.

В некоторый момент времени на груз D устанавливают груз Е (mD = 20 кг); одновременно системе грузов сообщают скорость v0 = 0,4 м/с, направленную вниз. Массой абсолютно жесткого бруска АВ пренебречь.

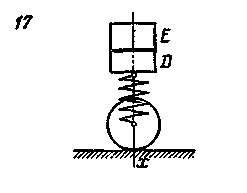
Найти уравнение движения системы грузов D и Е, отнеся движение к оси ; начало отсчета совместить с положением покоя системы грузов D и Е (при статической деформации пружин). Предполагается, что грузы D и Е при совместном движении не отделяются.



**Вариант 17**

В некоторый момент времени груз Е снимают с груза D (оба груза находятся в состоянии покоя, соответствующем статической деформации пружины). Циклическая частота собственных колебаний системы грузов D и Е на пружине k = 20 рад/с, отношение масс mD/mE = 2/3.

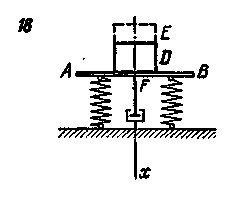
Найти уравнение движения груза D, отнеся движение к оси ; начало отсчета совместить с положением покоя груза D (при статической деформации пружин).



**Вариант 18**

Статическая деформация каждой из двух одинаковых параллельных пружин под действием груза D (mD = 20 кг) равна fст D = 2 см. В некоторый момент времени на груз D устанавливают груз Е (mE = 10 кг). Сопротивление движению грузов пропорционально скорости: R = , где v – скорость. Массой абсолютно жесткого бруска АВ и массой части демпфера, связанной с ним, пренебречь.

Найти уравнение движения системы грузов D и Е, отнеся движение к оси ; начало отсчета совместить с положением покоя системы грузов D и Е (при статической деформации пружин). Предполагается, что грузы D и Е при совместном движении не отделяются.

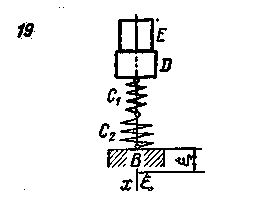


**Вариант 19**

Два груза D и Е (mD = 15 кг, mE = 25 кг) покоятся на последовательно соединенных пружинах, имеющих коэффициенты жесткости c1 = 250 Н/см и c2 = 375 Н/см. В момент, когда снимают груз Е, точка B опирания пружин начинает совершать движение по закону ξ = 0,5sin30t (ось ξ, направлена вертикально вниз).

Найти уравнение движения системы грузов D и Е, отнеся движение к оси х; начало отсчета совместить с положением покоя системы грузов D и Е (при статической деформации пружин). Предполагается, что грузы D и Е при совместном движении не отделяются.

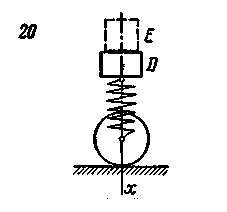
Примечание. Положение начала отсчета на оси соответствует среднему положению точки В (ξ = 0).



**Вариант 20**

На груз D, находящийся в состоянии покоя, соответствующем статической деформации пружины, в некоторый момент времени устанавливают груз Е. В этот же момент времени системе двух грузов сообщают скорость v0 = 0,3 м/с, направленную вниз. Циклическая частота собственных колебаний груза D на пружине kD = 24 рад/с, отношение масс mE/mD = 3.

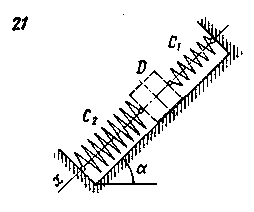
Найти уравнение движения системы грузов D и Е, отнеся движение к оси х; начало отсчета совместить с положением покоя системы грузов D и Е (при статической деформации пружин). Предполагается, что грузы D и Е при совместном движении не отделяются.



**Вариант 21**

В некоторый момент времени груз D (m = 2 кг) прикрепляют к концам недеформированных пружин, имеющих коэффициенты жесткости с1 = 7 Н/см и с2 = 3 Н/см; одновременно грузу сообщают скорость v0 = 0,4 м/с, направленную вдоль наклонной плоскости (α = 45°) вниз.

Найти уравнение движения груза D по гладкой наклонной плоскости, отнеся движение к оси ; за начало отсчета принять положение покоя груза (при статической деформации пружин).

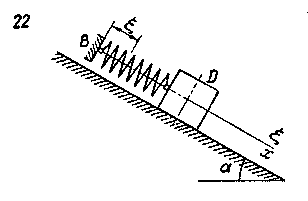


**Вариант 22**

Груз D находится на наклонной плоскости (α = 30°) в состоянии покоя, соответствующем статической деформации пружины fст = 2 см. В некоторый момент времени (t = 0) точка В (верхний конец пружины) начинает совершать движение по закону ξ = 0,01sin10t (м) (ось ξ направлена вдоль наклонной плоскости вниз).

Найти уравнение движения груза D по гладкой наклонной плоскости, отнеся движение к оси ; за начало отсчета принять положение покоя груза (при статической деформации пружин).

Примечание. Положение начала отсчета на оси соответствует среднему положению точки В (ξ = 0).

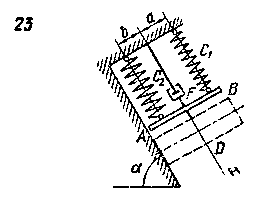


**Вариант 23**

Груз D (m = 3 кг) прикрепляют к точке F бруска АВ, соединяющего концы двух недеформированных параллельных пружин, и отпускают без начальной скорости. Коэффициенты жесткости пружин c1 = 2 Н/см и с2 = 4 Н/см. Точка F находится на расстояниях a и b от осей пружины: a/b = c2/c1; α = 60°.

Сопротивление движению груза пропорционально скорости: R = 12v, где v – скорость. Массой бруска АВ и массой демпфера пренебречь.

Найти уравнение движения груза D по гладкой наклонной плоскости, отнеся движение к оси ; за начало отсчета принять положение покоя груза (при статической деформации пружин).



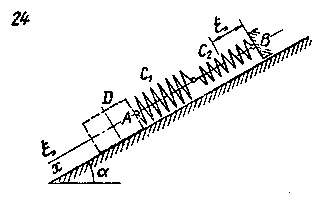
**Вариант 24**

В некоторый момент времени груз D (m = 1 кг) прикрепляют к концу А недеформированных последовательно соединенных пружин, имеющих коэффициенты жесткости c1 = 12 Н/см и с2 = 4 Н/см, и отпускают без начальной скорости.

Одновременно (t = 0) другой конец пружин B начинает совершать движение по закону ξ = 1,5sin10t (см). Ось ξ направлена вдоль наклонной плоскости вниз (α = 30°).

Найти уравнение движения груза D по гладкой наклонной плоскости, отнеся движение к оси ; за начало отсчета принять положение покоя груза (при статической деформации пружин).

Примечание. Положение начала отсчета на оси соответствует среднему положению точки B (ξ = 0).

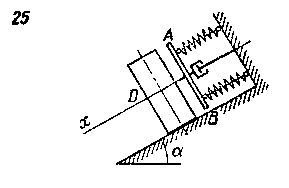


**Вариант 25**

Концы двух одинаковых параллельных пружин соединены бруском АВ. Статическая деформация каждой из пружин под действием груза D (m = 1,5 кг), находящегося на наклонной плоскости (α = 30°), fст = 4,9 см. В некоторый момент грузу D сообщают скорость v0 = 0,3 м/с, направленную вверх вдоль наклонной плоскости. Сопротивление движению груза пропорционально скорости груза: R = 6v, где v – скорость.

Массой абсолютно жесткого бруска АВ и массой части демпфера, связанной с бруском, пренебречь.

Найти уравнение движения груза D по гладкой наклонной плоскости, отнеся движение к оси ; за начало отсчета принять положение покоя груза (при статической деформации пружин).

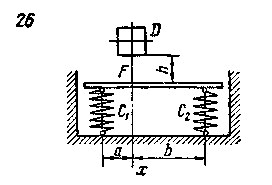


**Вариант 26**

Плита лежит на двух параллельных пружинах, имеющих коэффициенты жесткости с1 = 600 Н/см и с2 = 400 Н/см. Груз D (m = 50 кг) падает без начальной скорости с высоты h = 0,1 м в точку F плиты, находящуюся на расстояниях a и b от осей пружин: а/b = с2/с1.

Пренебрегая массой плиты и считая ее абсолютно жесткой, найти уравнение движения груза D с момента соприкасания его с плитой, предполагая, что при дальнейшем движении груз от плиты не отделяется.

Движение груза отнести к оси , приняв за начало отсчета положение покоя этого груза (при статической деформации пружин).

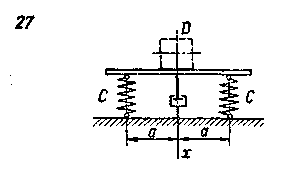


**Вариант 27**

Коэффициент жесткости каждой из двух параллельных пружин, на которых лежит плита, с = 130 Н/см. Груз D (m = 40 кг) устанавливают на середину плиты и отпускают без начальной скорости при недеформированных пружинах. Сопротивление движению груза пропорционально скорости: R = 400v, где v – скорость. Массой плиты и демпфера пренебречь.

Пренебрегая массой плиты и считая ее абсолютно жесткой, найти уравнение движения груза D с момента соприкасания его с плитой, предполагая, что при дальнейшем движении груз от плиты не отделяется.

Движение груза отнести к оси , приняв за начало отсчета положение покоя этого груза (при статической деформации пружин).

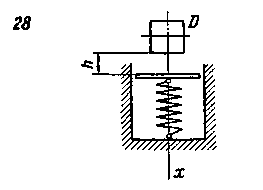


**Вариант 28**

Груз D падает на плиту с высоты h = 5 см. Статический прогиб пружины под действием этого груза fст = 1 см.

Пренебрегая массой плиты и считая ее абсолютно жесткой, найти уравнение движения груза D с момента соприкасания его с плитой, предполагая, что при дальнейшем движении груз от плиты не отделяется.

Движение груза отнести к оси , приняв за начало отсчета положение покоя этого груза (при статической деформации пружин).

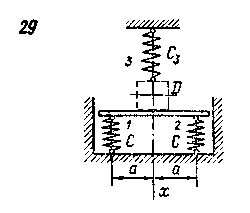


**Вариант 29**

Плита лежит на двух одинаковых параллельных пружинах 1 и 2, коэффициенты жесткости которых c1 = c2 = с = 400 Н/см. В некоторый момент времени груз D (m = 200 кг) устанавливают на середину плиты и одновременно прикрепляют к недеформированной пружине 3, имеющей коэффициент жесткости c3 = 200 Н/см. В тот же момент времени (при недеформированных пружинах) грузу сообщают скорость v0 = 0,6 м/с, направленную вниз.

Пренебрегая массой плиты и считая ее абсолютно жесткой, найти уравнение движения груза D с момента соприкасания его с плитой, предполагая, что при дальнейшем движении груз от плиты не отделяется.

Движение груза отнести к оси , приняв за начало отсчета положение покоя этого груза (при статической деформации пружин).



**Вариант 30**

В некоторый момент времени груз D (m = 100 кг) устанавливают на плиту и отпускают (при недеформированной пружине) без начальной скорости. В этот же момент времени точка В (нижний конец пружины) начинает совершать движение по вертикали согласно закону ξ = 0,5sin20t (см) (ось ξ направлена вниз). Коэффициент жесткости пружины с = 2000 Н/см.

Пренебрегая массой плиты и считая ее абсолютно жесткой, найти уравнение движения груза D с момента соприкасания его с плитой, предполагая, что при дальнейшем движении груз от плиты не отделяется.

Движение груза отнести к оси , приняв за начало отсчета положение покоя этого груза (при статической деформации пружин).

Примечание. Начало отсчета на оси соответствует среднему положению точки В (ξ = 0).

